

Τμήματα: (Κ)Γ3 – (Κ)Γ4 – (Θ)Γ5

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A. Να αποδείξετε ότι για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει  
 $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$  Μονάδες 7
- B. Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις
- i. Αν  $A \subseteq B \Rightarrow$  τότε  $P(A \cup B) = P(B)$  Μονάδες 2
  - ii. Η μέση τιμή  $\bar{x}$ , είναι τιμή της μεταβλητής X. Μονάδες 2
  - iii. Αν σε μία μεταβλητή X ισχύει ότι  $\delta = \bar{x}$  τότε οι τιμές της X ακολουθούν την κανονική κατανομή Μονάδες 2
  - iv. Αν  $\omega \in A \cup B$  τότε πραγματοποιείται πάντα το ενδεχόμενο A Μονάδες 2
  - v. Σε ένα δείγμα μεγέθους n, ο λόγος  $\frac{N_i}{F_i}$  είναι ίσος με n. Μονάδες 2
  - vi. Για ένα δείγμα μεγέθους n η διασπορά είναι ίση με  $s^2 = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i$  με  $k < n$  Μονάδες 2
  - vii. Για τα ενδεχόμενα A, B, Γ ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει  $A' \cap (B \cup \Gamma) = (B \cup \Gamma) - A$ . Μονάδες 2
- Γ. Ένα δείγμα n παρατηρήσεων με θετικές τιμές έχει μέση τιμή  $\bar{x}$  και διακύμανση  $s^2$ . Επιπλέον ισχύει  $400s^2 = 9\bar{x}^2$ .
- i. Ο συντελεστής μεταβολής CV του δείγματος είναι ίσος με:
 

α. 20 %	β. 10 %	γ. 15 %	δ. 9 %	ε. 30 %	
---------	---------	---------	--------	---------	--

Μονάδες 2
  - ii. Αυξάνουμε κάθε μία από τις παρατηρήσεις  $x_i$  κατά  $c > 0$  και το δείγμα που προκύπτει είναι ομοιογενές. Τότε ισχύει:
 

α. $c < \frac{\bar{x}}{2}$	β. $c \geq \frac{\bar{x}}{3}$	γ. $c = \frac{\bar{x}}{3}$	δ. $c \geq \frac{\bar{x}}{2}$	ε. $c = \bar{x}$	
----------------------------	-------------------------------	----------------------------	-------------------------------	------------------	--

Μονάδες 2

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Στο σύλλογο καθηγητών ενός λυκείου το 55% είναι γυναίκες, το 40% των καθηγητών είναι φιλόλογοι και το 30% είναι γυναίκες φιλόλογοι. Επιλέγουμε τυχαία έναν καθηγητή για να εκπροσωπήσει το σύλλογο σε κάποια επιτροπή.

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες ο καθηγητής να είναι:

- α. γυναίκα ή φιλόλογος Μονάδες 6
- β. γυναίκα και όχι φιλόλογος Μονάδες 6
- γ. άνδρας και φιλόλογος Μονάδες 6
- δ. άνδρας ή φιλόλογος. Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

A. Στο διπλανό πίνακα λείπουν οι σχετικές συχνότητες α και β.

Η μέση τιμή είναι ίση με  $\bar{x} = 3$ .

$x_i$	$f_i \%$
1	10
2	30
3	α
4	30
5	β

- α. Να δείξετε ότι οι συχνότητες που λείπουν είναι  $\alpha = 20, \beta = 10$ . Μονάδες 8
  - β. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. Μονάδες 6
  - γ. Αν το μέγεθος του δείγματος είναι  $n=200$ , να γίνει ο πίνακας σχετικών συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων. Μονάδες 4
  - δ. Να υπολογίσετε το διάμεσο των παρατηρήσεων. Μονάδες 2
- B. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - P(A \cup B)x^2 + 2 [P(A \cap B) - 3]x + P(A)$  όπου A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Αν η εφαπτομένη της  $C_f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$  Να δείξετε ότι:  
 $P(A \cup B) = P(A \cap B) = P(A) = P(B)$  Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ , με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Για τα ενδεχόμενα A, B, Γ του Ω ισχύει

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}, A \cap B = \{1,3,4\}, A - B = \{2,6\} \text{ και το ενδεχόμενο } \Gamma = \{x \in \Omega / \frac{x+1}{x-1} \geq 2\}$$

- i. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες  $P(A), P(B), P(\Gamma)$ . Μονάδες 9
- ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιηθεί το B και όχι το Γ. Μονάδες 3
- iii. Να βρείτε την πιθανότητα ώστε να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα B και Γ. Μονάδες 4
- iv. Αν  $s^2$  είναι η διακύμανση των τιμών  $\lambda, 3\lambda, 5\lambda$  όπου  $\lambda \in \Omega$  να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου  $\Delta = \{\lambda \in \Omega / s^2 > 24\}$ . Μονάδες 9