

ΘΕΜΑ 1°

A.1. Να αποδείξετε ότι:

Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-p$ αν και μόνο αν το p είναι ρίζα του $P(x)$.

Μονάδες 8

A.2. Να γράψετε στο τετράδιο σας τη σωστή απάντηση

Το πολυώνυμο $P(x) = (2x+1)^{2010} + x^{2011}$ έχει παράγοντα το:

α. $x-1$ β. $x+1$ γ. $x+\frac{1}{2}$ δ. x

Μονάδες 4,5

B.1. Να γράψετε στο τετράδιο σας τη σωστή απάντηση:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\eta\mu\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$

α. Η f έχει περίοδο

α. $\frac{\pi}{2}$ β. π γ. 2π δ. 4π

β. Το σύνολο τιμών της f είναι το:

α. $[-6, 6]$ β. $[-3, 3]$ γ. $[-1, 1]$ δ. \mathbb{R}

Μονάδες 2,5

B.2. Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η εξίσωση $x^3 - 3x^2 + kx + 2 = 0$, $k \in \mathbb{Z}$, αποκλείεται να έχει ακέραια ρίζα τον αριθμό

α. 1 β. -1 γ. -2 δ. 2 ε. 3

β. Ποιας συνάρτησης, η γραφική παράσταση αποκλείεται να τέμνει τον άξονα x^2x ;

α. $f(x) = (x-2)^2 + 2x - 4$ β. $g(x) = x^3 - 3x$ γ. $h(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

δ. $\kappa(x) = x^5 - 5x + 4$ ε. $\varphi(x) = (x+1)^4 + x^2 + 5$

γ. Το πολυώνυμο $P(x) = 3(x-1)^2 - 3x^2 + 5$ είναι:

α. μηδενικού βαθμού β. πρώτου βαθμού

γ. δευτέρου βαθμού δ. το μηδενικό πολυώνυμο ε. τρίτου βαθμού

δ. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^{2010} + 1$. Αν $P(a+2011) = 1$, τότε για τον a ισχύει:

α. $a > 2011$ β. $a > 2010$ γ. $a = 2011$

δ. $a = -2011$ ε. κανένα από τα προηγούμενα.

ε. Έστω $P(x)$ σταθερό πολυώνυμο και $P(2) = 5$. Τότε το $P(-2)$ ισούται με :

α. 5 β. -5 γ. 2 δ. -2 ε. 0

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 - x + \beta$ με $a, \beta \notin \mathbb{R}$.

α. Να βρεθούν τα $a, \beta \in \mathbb{R}$ αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+2$ και η αριθμητική τιμή του $P(x)$ για $x=-3$ είναι το -8

Μονάδες 12

β. Για $a = 2$ και $\beta = -2$, να γίνει η διαίρεση του $P(x)$ με το $x+3$ και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης

Μονάδες 6

γ. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) < -8$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3^ο

Η συνάρτηση $f(x) = 3\sin(\omega x) + \alpha$ έχει περίοδο $T = \pi$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο

$$A\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{13}{2}\right).$$

α. Να βρείτε τους αριθμούς ω και α .

Μονάδες 9

β. Για $\omega = 2$ και $\alpha = 5$ να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

Μονάδες 5

γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{7}{2}$

Μονάδες 11

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 7x + 1$

α. Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(x)$ ώστε: $P(x) = (x-1) \cdot Q(x) + 3$

Μονάδες 7

β. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 3$

Μονάδες 6

B. Να βρεθεί ο βαθμός του πολυωνύμου $P(x) = (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x^3 + (\lambda^4 - 8\lambda)x^2 + 2(\lambda^2 - \lambda + 2)x + 4$ για τις διάφορες τιμές του λ .

Μονάδες 12

Κ α λ ή τ ύ χ η