

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν  $\alpha > 0$  και  $\alpha \neq 1$  να αποδείξετε ότι:  $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$  όπου  $\theta_1, \theta_2 > 0$ . **Μονάδες 12**

**A2.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της; **Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή ή (Λ) αν είναι λανθασμένη:

**α)** Για  $\alpha > 0, \alpha \neq 1$  και  $\theta > 0$  ισχύει  $\alpha^{\log_{\alpha} \theta} = \theta$

**β)**  $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ .

**γ)** Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων

**δ)** Η συνάρτηση  $f(x) = a^x, 0 < a < 1$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 8****ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + ax^2 - 5x - 3a$  το οποίο έχει ρίζα το  $-1$ .

**B1.** Να δείξετε ότι το  $a = 2$ . **Μονάδες 4**

**B2.** Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης του  $P(x)$  με τον  $x'$ . **Μονάδες 11**

**B3.** Να λύσετε την ανίσωση  $\frac{P(x)}{x+1} < 6$ . **Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η παράσταση:  $\alpha = 9\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) + 3\sigma\phi(-\omega) - \sigma\upsilon\nu(5\pi + \omega)$  με  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$  όπου  $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$

**Γ1.** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς  $\sigma\upsilon\nu\omega$  και  $\sigma\phi\omega$ . **Μονάδες 8**

**Γ2.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $\alpha$ . **Μονάδες 7**

**Γ3.** Αν  $\alpha = -4$ , να λύσετε την εξίσωση  $2\eta\mu^2 x = (\alpha + 1)\sigma\upsilon\nu x$ . **Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(xe^{x-1})$

**Δ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$  και να δείξετε ότι για κάθε  $x \in (0,1)$  είναι  $f(x) < 0$ . **Μονάδες 7**

**Δ2.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) + 1 = x - \ln^2 x$  **Μονάδες 5**

**Δ3.** Να λύσετε την ανίσωση  $f(e^{x-1}) > x + 2^x - 2$ . **Μονάδες 7**

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  ισχύει:  $\sigma\upsilon\nu\theta < \ln\left(\frac{e}{\sigma\upsilon\nu\theta}\right)$  **Μονάδες 6**

**Καλή τύχη!!!**