

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**ΘΕΡΙΝΑ****Παρασκευή 29/11/2019****ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Να διατυπώσετε το Θεώρημα του BOLZANO και να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του Θεωρήματος. (μονάδες 7)
- A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[a, b]$. (μονάδες 4)
- A3.** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής. (μονάδες 4)

- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σωστό ή Λάθος.

α. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$

- β.** Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

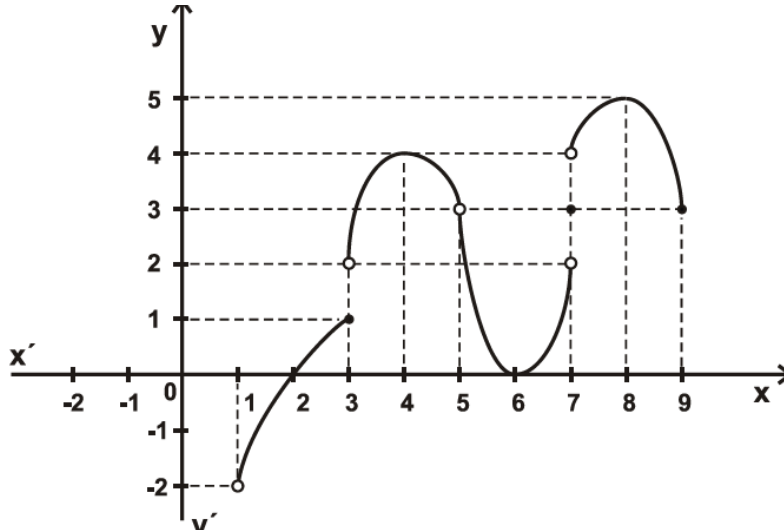
γ. $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$

- δ.** Κάθε συνάρτηση "ένα προς ένα" είναι και γνησίως μονότονη.

- ε.** Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

(μονάδες 10)**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .



- B1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f . (μονάδες 3)

- B2.** Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια.

α. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ **β.** $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

γ. $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ **δ.** $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$ **ε.** $\lim_{x \rightarrow 9} f(x)$

Για τα όρια που δεν υπάρχουν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(μονάδες 8)

- B3.** Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια.

α. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)}$ **β.** $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{f(x)}$ **γ.** $\lim_{x \rightarrow 8} f(f(x))$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(μονάδες 10)

B4. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η f δεν είναι συνεχής. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $f^3(x) + f(x) + 1 = x$, $x \in \mathbb{R}$ με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την f^{-1} . (μονάδες 7)

Γ2. Να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$. (μονάδες 5)

Γ3. Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$. (μονάδες 5)

Γ4. Αν θεωρήσουμε ότι η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$, να δείξετε ότι η C_f τέμνει την παραβολή $y = x^2 - 10x - 6$ σ' ένα τουλάχιστον σημείο με τετμημένη $x_0 \in (1, 11)$. (μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω f συνεχής και γνησίως αύξουσα συνάρτηση στο $[0, +\infty)$ με $x^2 < f(x) < x^2 + 1$, $x \geq 0$.

Δ1. Να δείξετε ότι η C_f τέμνει την ευθεία $y = 2x$ σ' ένα τουλάχιστον σημείο με τετμημένη $x_0 \in (0, 1)$. (μονάδες 5)

Δ2. Να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{f(x)} + \frac{1}{e^x} - 1$, $x \geq 0$. (μονάδες 5)

Δ3. Να δείξετε ότι η εξίσωση $e^x + f(x) = e^x f(x)$ έχει μοναδική ρίζα στο διάστημα $(0, 2)$. (μονάδες 8)

Δ4. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[x^2 f\left(\frac{1}{x}\right) + \ln x \right]$ (μονάδες 7)

Καλή Διασκέδαση!

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες.